

対数

月 日 名前

定義	$a > 0, a \neq 1, M > 0$ のとき $a^p = M \iff p = \log_a M$
性質	$M > 0, N > 0$ のとき $\log_a MN = \log_a M + \log_a N, \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N,$ $\log_a M^r = r \log_a M$
底の変換	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (a, b, c は正の数、 $a \neq 1, c \neq 1$)
よく使う値	$\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
真数条件	方程式では、真数が正になる範囲を先に確かめる

1 次の等式を $\log_a M = p$ の形に書きかえよ。

(1) $2^5 = 32$

(2) $3^{-2} = \frac{1}{9}$

(3) $16^{\frac{1}{4}} = 2$

2 次の値を求めよ。

(1) $\log_2 64$

(2) $\log_3 \frac{1}{27}$

(3) $\log_4 8$

3 次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 4 + \log_6 9$

(2) $\log_3 54 - \log_3 2$

(3) $2 \log_5 10 - \log_5 4$

4 底の変換公式を使って、 $\log_2 3 \cdot \log_3 8$ の値を求めよ。5 $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$ とするとき、次の値を a, b で表せ。

(1) $\log_2 45$

(2) $\log_2 \frac{3}{10}$

6 次の方程式を解け。

(1) $\log_2(x+1) = 3$

(2) $\log_3 x + \log_3(x-2) = 1$

7 3つの数 $\log_2 3, \frac{3}{2}, \log_4 10$ を小さい順に並べよ。8 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。 2^{30} は何桁の整数か。

対数

1 (1) $\log_2 32 = 5$ (2) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ (3) $\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$

2 (1) $2^6 = 64$ より 6
 (2) $3^{-3} = \frac{1}{27}$ より -3
 (3) $4^{\frac{3}{2}} = 8$ より $\frac{3}{2}$

3 (1) $\log_6 36 = 2$ (2) $\log_3 27 = 3$ (3) $\log_5 \frac{100}{4} = \log_5 25 = 2$

4 $\log_2 3 \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 3} = \log_2 8 = 3$

5 (1) $45 = 3^2 \cdot 5$ より $2a + b$
 (2) $\log_2 3 - \log_2 2 - \log_2 5 = a - b - 1$

6 (1) 真数条件は $x > -1$ 。 $x + 1 = 2^3$ より $x = 7$
 (2) 真数条件は $x > 2$ 。 $\log_3 \{x(x-2)\} = 1$ より $x^2 - 2x - 3 = 0$ 、 $(x-3)(x+1) = 0$ 。 $x > 2$ なので $x = 3$

7 底を 2 にそろえる。 $\frac{3}{2} = \log_2 2\sqrt{2}$ 、 $\log_4 10 = \frac{\log_2 10}{2} = \log_2 \sqrt{10}$ 。 $2\sqrt{2} < 3 < \sqrt{10}$ (2 乗して $8 < 9 < 10$) で、底 2 は 1 より大きいので $\frac{3}{2} < \log_2 3 < \log_4 10$

8 $\log_{10} 2^{30} = 30 \times 0.3010 = 9.03$ 。 $10^9 < 2^{30} < 10^{10}$ なので 10 桁