演習プリント

合成関数の微分

月　　日　名前

合成関数　$\{f(g(x))\}' = f'(g(x))\,g'(x)$。$u = g(x)$ とおくと $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx}$

1 次式　$\{(ax+b)^n\}' = na(ax+b)^{n-1}$

導関数　$(\sin x)' = \cos x$、$(\cos x)' = -\sin x$、$(e^x)' = e^x$、$(\log x)' = \dfrac{1}{x}$

根号　$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$、$\dfrac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$ と書きかえてから微分する

1 次の関数を微分せよ。

(1) $y = (2x+1)^5$　　(2) $y = (x^2-3x)^3$　　(3) $y = \dfrac{1}{(3x-1)^2}$

2 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sqrt{x^2+1}$　　(2) $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}$

3 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sin 3x$　　(2) $y = \cos^2 x$　　(3) $y = e^{-x^2}$

4 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log(x^2+1)$　　(2) $y = \log(\cos x)$ $\left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$

5 関数 $y = x(2x-1)^3$ を微分せよ。

6 関数 $y = (2x-3)^3$ について、次の 2 通りで導関数を求め、一致することを確かめよ。

(1) 合成関数の微分を使う。

(2) 右辺を展開してから微分する。

7 曲線 $y = \sqrt{2x+1}$ 上の点 $(4,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

8 $f(x) = (x^2+a)^3$ について $f'(1) = 24$ となるような定数 a の値を求めよ。

解き方と練習問題
derivon.app/p/f2-chain-rule

演習プリント 解答

合成関数の微分

1 (1) $10(2x+1)^4$　(2) $3(x^2-3x)^2(2x-3)$　(3) $-\dfrac{6}{(3x-1)^3}$

2 (1) $\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(2) $y=(2x+3)^{-\frac{1}{2}}$ より $y'=-\dfrac{1}{2}(2x+3)^{-\frac{3}{2}}\cdot 2=-\dfrac{1}{(2x+3)\sqrt{2x+3}}$

3 (1) $3\cos 3x$　(2) $2\cos x\cdot(-\sin x)=-\sin 2x$　(3) $-2xe^{-x^2}$

4 (1) $\dfrac{2x}{x^2+1}$　(2) $\dfrac{-\sin x}{\cos x}=-\tan x$

5 $y'=(2x-1)^3+x\cdot 3(2x-1)^2\cdot 2=(2x-1)^2(8x-1)$

6 (1) $y'=3(2x-3)^2\cdot 2=6(2x-3)^2$

(2) $y=8x^3-36x^2+54x-27$ より

$y'=24x^2-72x+54=6(4x^2-12x+9)=6(2x-3)^2$。(1) と一致する

7 $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$ で、$x=4$ のとき $\dfrac{1}{3}$。$y-3=\dfrac{1}{3}(x-4)$ より $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$

8 $f'(x)=3(x^2+a)^2\cdot 2x$。$f'(1)=6(1+a)^2=24$ より $(1+a)^2=4$、$a=1,\ -3$